



OLYMPIC TIN HỌC SINH VIÊN LẦN THỨ 33

Khối thi: Chuyên Tin

Thời gian làm bài: 180 phút

Ngày thi: 11/12/2024

Nơi thi: Đại học Công nghiệp Hà Nội

TỔNG QUAN ĐỀ THI

STT	Tên bài	File nguồn nộp	Thời gian chạy	Giới hạn bộ nhớ	Điểm
1	Đường đi	path.*	1.0 giây	1 GiB	100
2	Nén dãy số	comp.*	0.1 giây	1 GiB	100
3	Giàn đèn tam giác	light.*	2.0 giây	1 GiB	100
4	Biến đổi sâu	transf.*	1.0 giây	1 GiB	100

Chú ý: Dấu * được thay thế bởi đuôi ngầm định của ngôn ngữ được sử dụng.

Hãy lập trình giải các bài toán dưới đây:

Bài 1. Đường đi (100 điểm)

Alice đang thử nghiệm khả năng tìm đường của một robot trên lưới ô vuông kích thước $m \times n$. Các hàng của lưới được đánh số từ 1 đến m từ trên xuống dưới, các cột được đánh số từ 1 đến n từ trái sang phải. Ô giao giữa hàng i ($1 \leq i \leq m$), cột j ($1 \leq j \leq n$) gọi là ô (i, j) . Trên lưới có k ô cấm $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k)$ là các ô robot không thể di chuyển vào được, các ô còn lại là ô tự do là các ô robot có thể di chuyển vào. Robot xuất phát tại ô tự do $(1,1)$ cần tìm đường đến ô tự do (m, n) , mỗi lượt robot chỉ được đi sang ô tự do kề bên phải hoặc ô kề bên dưới. Để đánh giá khả năng tìm đường của robot, Alice muốn đếm xem có bao nhiêu đường đi thỏa mãn.

Yêu cầu: Cho lưới $m \times n$ và vị trí k ô cấm, hãy giúp Alice đếm số đường đi thỏa mãn.

Dữ liệu: Vào từ thiết bị vào chuẩn có khuôn dạng:

- Dòng đầu chứa ba số nguyên m, n, k ($m, n, k \leq 10^5$);
- Dòng thứ t ($1 \leq t \leq k$) trong k dòng sau chứa hai số nguyên dương x_t, y_t ($1 \leq x_t \leq \min(m, 1000)$; $1 \leq y_t \leq \min(n, 1000)$).

Kết quả: Ghi ra thiết bị ra chuẩn một số là phần dư của số đường đi chia cho $(10^9 + 7)$.

Ví dụ:

Dữ liệu vào	Kết quả ra	Minh họa
4 5 5 2 2 2 3 2 4 4 2 4 3	3	

Giới hạn:

Subtask 1 (20% số điểm): $m, n \leq 10; k = 0$;

Subtask 2 (20% số điểm): $m, n \leq 1000$;

Subtask 3 (20% số điểm): $k = 0$;

Subtask 4 (20% số điểm): $k \leq 5$;

Subtask 5 (20% số điểm): Không có ràng buộc nào thêm.

Bài 2. Nén dãy (100 điểm)

Alice có một dãy số nguyên không âm a_1, a_2, \dots, a_n , cô thực hiện liên tiếp việc nén dãy như sau: Mỗi lượt nén, cô tạo ra dãy mới bằng cách lần lượt thay $a_i = a_i \text{ XOR } a_{i+1}$ với $i = 1, 2, \dots, k - 1$, rồi loại bỏ phần tử cuối cùng (chú ý: phép toán XOR trong ngôn ngữ C++ hay Python là \wedge và k là độ dài dãy hiện tại). Như vậy, sau mỗi lượt số lượng phần tử của dãy sẽ giảm đi 1 và sau $(n - 1)$ lượt thì dãy còn lại đúng một phần tử.

Yêu cầu: Cho dãy a_1, a_2, \dots, a_n , hãy xác định giá trị phần tử còn lại sau khi thực hiện $(n - 1)$ lượt nén.

Dữ liệu: Vào từ thiết bị vào chuẩn có khuôn dạng:

- Dòng đầu chứa số nguyên dương n ($n \leq 10^5$);
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên không âm a_1, a_2, \dots, a_n ($a_i \leq 10^{18}$).

Kết quả: Ghi ra thiết bị ra chuẩn một dòng chứa một số là giá trị phần tử còn lại sau khi thực hiện $(n - 1)$ lượt nén.

Ví dụ:

Dữ liệu vào	Kết quả ra	Giải thích
3 1 2 3	2	Dãy sau lượt nén thứ nhất: 3 1 Dãy sau lượt nén thứ hai : 2

Giới hạn:

Subtask 1 (1/3 số điểm): $n \leq 1000$;

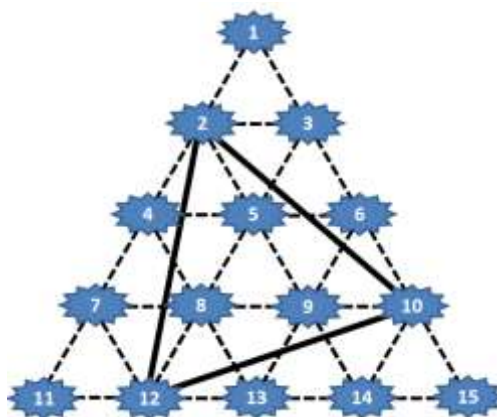
Subtask 2 (1/3 số điểm): $n \leq 50000$;

Subtask 3 (1/3 số điểm): Không có ràng buộc nào thêm.

Bài 3. Giàn đèn tam giác (100 điểm)

Alice có một giàn đèn tam giác kích thước n được mô tả bằng lưới tam giác đều. Mỗi điểm trên lưới đều có một đèn, các đèn được đánh số từ 1 đến $\frac{n(n+1)}{2}$ theo thứ tự từ trên xuống dưới, trên mỗi hàng được đánh số từ trái sang phải. Khi giàn đèn bật, có k đèn sẽ sáng màu xanh và $\frac{n(n+1)}{2} - k$ đèn sẽ sáng màu đỏ.

Ví dụ hình bên là giàn đèn kích thước $n = 5$.



Alice rất thích các hình tam giác đều và màu đỏ nên khi đèn bật, Alice muốn đếm số lượng tam giác đều mà có ba đỉnh là ba đèn sáng màu đỏ.

Yêu cầu: Cho số hiệu các đèn màu xanh, hãy đếm số lượng tam giác đều mà có ba đỉnh là ba đèn sáng màu đỏ.

Dữ liệu: Vào từ thiết bị vào chuẩn có khuôn dạng:

- Dòng đầu chứa hai số nguyên dương n, k ($n \leq 500$);
- Dòng thứ hai gồm k số nguyên dương s_1, s_2, \dots, s_k ($1 \leq s_i \leq \frac{n(n+1)}{2}$).

Kết quả: Ghi ra thiết bị ra chuẩn một số nguyên là số tam giác đếm được.

Ví dụ:

Dữ liệu vào	Kết quả ra
5 1 1	31

Giới hạn:

Subtask 1 (20% số điểm): $n \leq 5; k = 0$;

Subtask 2 (20% số điểm): $n \leq 5$;

Subtask 3 (20% số điểm): $n \leq 50$;

Subtask 4 (20% số điểm): $k = 0$;

Subtask 5 (20% số điểm): Không có ràng buộc nào thêm.

Bài 4. Biến đổi xâu (100 điểm)

Alice có hai xâu S và T , mỗi xâu chỉ chứa các kí tự trong tập $\{A, B, C, D\}$ và có độ dài không vượt quá 30 (vị trí các kí tự được đánh chỉ số từ 1). Alice muốn tìm cách biến đổi xâu S thành xâu T bằng một dãy không quá 1000 phép biến đổi, mỗi phép thuộc một trong hai loại sau:

- **Chèn** một trong các xâu con sau vào vị trí bất kì (bao gồm cả cuối xâu):
 $AA, BB, CC, DDDD, BABA, ACAC, DABCACB$.
- **Xóa** một trong các xâu con sau (nếu nó xuất hiện trong xâu):
 $AA, BB, CC, DDDD, BABA, ACAC, DABCACB$.

Yêu cầu: Hãy giúp Alice biến đổi xâu S thành xâu T .

Dữ liệu: Vào từ thiết bị vào chuẩn:

- Dòng đầu tiên chứa xâu S ;
- Dòng thứ hai chứa xâu T .

Kết quả: Đưa ra thiết bị ra chuẩn:

- Dòng đầu tiên ghi số nguyên m là số phép biến đổi cần dùng;
- Tiếp theo là m dòng, mỗi dòng chứa hai số pos và k , trong đó:
 - pos là vị trí chèn vào (nếu $k > 0$) hoặc vị trí bắt đầu xóa (nếu $k < 0$);

- o k là số nguyên biểu thị loại xâu con tương ứng với các xâu trong bảng sau:

1	2	3	4	5	6	7
AA	BB	CC	DDDD	BABA	ACAC	DABCACB

Ví dụ:

Dữ liệu vào	Kết quả ra	Giải thích
BB DDDD	2 1 -2 1 4	Xâu S: BB Sau biến đổi 1: Sau biến đổi 2: DDDD
DCACADDD BB	7 6 6 5 -1 4 -3 3 -1 2 -3 1 -4 1 2	Xâu S: DCACADDD Sau biến đổi 1: DCACAACACDDD Sau biến đổi 2: DCACCACDDD Sau biến đổi 3: DCAACDDD Sau biến đổi 4: DCCDDD Sau biến đổi 5: DDDD Sau biến đổi 6: Sau biến đổi 7: BB

Giới hạn:

- Subtask 1 (30% số điểm): Tồn tại cách biến đổi với số phép biến đổi không vượt quá 3;
 Subtask 2 (30% số điểm): Tồn tại cách biến đổi với số phép biến đổi không vượt quá 10;
 Subtask 3 (40% số điểm): Tồn tại cách biến đổi với số phép biến đổi không vượt quá 100.

----- **Hết** -----