



# OLYMPIC TIN HỌC SINH VIÊN LẦN THỨ XXVIII, 2019

## Khối thi: Chuyên tin

Thời gian làm bài: 180 phút

Ngày thi: 04-12-2019

Nơi thi: ĐẠI HỌC BÁCH KHOA – ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG

### TỔNG QUAN ĐỀ THI

Tên bài	Tên file chương trình	Hạn chế bộ nhớ	Hạn chế thời gian
BẤT BIẾN ĐẠI SỐ	TOPO.???	512M	1 giây
KHU CÔNG NGHIỆP	INDZONE.???	512M	1 giây
THU HOẠCH NGHÊU	CLAM.???	512M	1 giây
ĐƯỜNG KÍNH	DIAMETER.???	512M	1 giây

**Chú ý:** Dấu ??? được thay thế bởi phần mở rộng ngầm định của ngôn ngữ được sử dụng để cài đặt chương trình. Dữ liệu vào từ thiết bị vào chuẩn. Kết quả ghi ra thiết bị ra chuẩn.

Hãy lập trình giải các bài sau đây:

#### Bài 1. BẤT BIẾN ĐẠI SỐ (100 điểm)

Các số nguyên không âm theo cơ số  $B$  ( $B > 1$ ) tạo thành một nhóm có các tính chất tương tự nhau không phụ thuộc vào cơ số  $B$ . Vì vậy, nếu một vấn đề đã giải quyết được với cơ số  $B_1$  thì cũng có thể dễ dàng giải quyết ở cơ số  $B_2$ . Việc bảo toàn các tính chất đó được gọi là bất biến đại số.

Trong Tin học tính bất biến hỗ trợ rất nhiều trong việc xác định giải thuật. Một bài toán đã giải quyết được ở cơ số 3 thì có thể dễ dàng triển khai để giải với cơ số  $B > 1$  bất kỳ.

Để chứng minh cho điều đó, bài tập về nhà cho cả lớp là cho 2 số nguyên dương  $x$  và  $y$  ở cơ số  $B$ ,  $x \leq y$  và mỗi số có không quá  $5 \times 10^5$  chữ số. Yêu cầu thực hiện các phép biến đổi:

- Tính tích các số nguyên từ  $x$  đến  $y$ , kể cả  $x$  và  $y$ ,
- Tính  $S$  – tổng các chữ số trong kết quả nhận được.
- Chừng nào  $S$  còn chưa nhỏ hơn  $B$  thì thực hiện lại việc tính tổng các chữ số của  $S$ .
- Đưa ra  $S$ .

Mỗi người trong lớp nhận được một cơ số  $B$  khác nhau và 2 số  $x, y$  ở cơ số tương ứng.

Alice nhận được cơ số  $B$  là 16 – cơ số Hexadecimal. Các chữ số của cơ số 16 được nêu ở bảng bên.

Hãy xác định chữ số Alice cần đưa ra. Nếu chữ số nhận được lớn hơn 9 thì đưa ra dưới dạng chữ cái hoa.

Dec	Hexad
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	a hoặc A
11	b hoặc B
12	c hoặc C
13	d hoặc D
14	e hoặc E
15	f hoặc F

Các chữ số hệ 16

**Dữ liệu:** Vào từ thiết bị nhập chuẩn, dòng thứ nhất chứa số nguyên  $x$ , dòng thứ 2 chứa số nguyên  $y$  ( $x \leq y$ ), mỗi số có không quá  $5 \times 10^5$  chữ số, trong một số các chữ số lớn hơn 9 có thể ghi dưới dạng cả ký tự hoa lẫn ký tự hoa thường, ví dụ **1bA** hoặc **1BA** hay **1Ba**.

**Kết quả:** Đưa ra thiết bị xuất chuẩn chữ số nhận được. Nếu chữ số nhận được lớn hơn 9 – đưa ra dưới dạng ký tự hoa.

**Ví dụ:**

INPUT	OUTPUT
1Ba	F
1Bd	

**Hạn chế:** 20% test có độ dài số  $\leq 100 - 20$  điểm; 20%: độ dài số  $\leq 10^3 - 20$  điểm; 20%: độ dài số  $\leq 5 \times 10^4 - 20$  điểm.

## Bài 2. KHU CÔNG NGHIỆP (100 điểm)

Bước đầu hoạt động Khu công nghiệp có hình vuông diện tích 1. Sau một thời gian hoạt động có hiệu quả Khu công nghiệp mở rộng thêm một diện tích mới có hình vuông diện tích 1 kề cạnh với diện tích cũ, tạo thành hình chữ nhật kích thước  $1 \times 2$ . Lần mở rộng thứ  $i$  – bổ sung thêm một diện tích hình vuông cạnh bằng cạnh lớn của hình chữ nhật ở bước trước và toàn bộ diện tích luôn là một hình chữ nhật.

Hãy xác định diện tích của Khu công nghiệp sau lần mở rộng thứ  $n$  theo mô đun **998244353**.

**Dữ liệu:** Vào từ thiết bị nhập chuẩn một dòng chứa số nguyên  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^{18}$ ).

**Kết quả:** Đưa ra thiết bị xuất chuẩn diện tích tìm được theo mô đun **998244353**.

**Ví dụ:**

INPUT	OUTPUT
5	40

**Hạn chế:** 40% test có  $n \leq 30 - 40$  điểm.

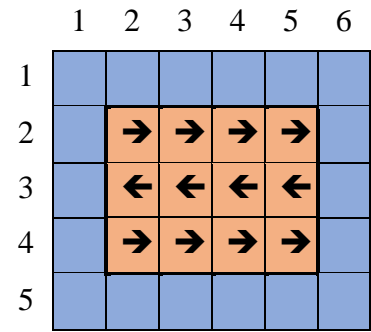
## Bài 3. THU HOẠCH NGHÊU (100 điểm)

Thành phố Đà Nẵng không những có bờ biển dài và đẹp mà còn có nhiều vùng đầm phá thích hợp nuôi trồng thủy hải sản. Một trong những loài được nuôi và cho thu hoạch khá ổn định là **ngheu**. Việc nuôi ngheu được bắt đầu bằng cách thả xuống con giống, chăm sóc nuôi lớn và thu hoạch. Nếu không thực hiện tận thu, khi thu hoạch người nuôi sẽ chừa lại một số ngheu trên bãi để tự phát triển con giống mới. Bằng cách này, một lần xuống giống có thể thu hoạch được nhiều lần về sau.

Để thuận tiện quản lý thu hoạch, bãi ngheu được chia thành lưới ô vuông gồm  $n$  dòng,  $m$  cột được đánh số từ trên xuống dưới, từ trái qua phải bắt đầu từ 1. Mỗi ô trên lưới được gọi là 1 lô trong đó ghi trữ lượng ngheu theo số liệu ghi nhận gần nhất.

Người nuôi sẽ thu hoạch ngheu trong 1 vùng hình chữ nhật được xác định bởi các tọa độ ( $col_1, row_1, col_2, row_2$ ) đáp ứng:

- Mọi lô trong vùng thu hoạch đều có trữ lượng ngẫu nhiên không ít hơn giới hạn đỏ **redline**;
- Tổng số ngẫu nhiên thu hoạch không vượt quá trọng tải **C** của xe chở;
- Tại mỗi lô, khi thu hoạch, người nuôi luôn phải chừa lại số ngẫu nhiên ít nhất là **redline** và cập nhật số ngẫu nhiên còn lại vào hệ thống;
- Trình tự thu hoạch luôn bắt đầu từ lô ở tọa độ (**col<sub>1</sub>**, **row<sub>1</sub>**) và đi theo kiểu zigzag ngang (xem hình), mỗi lô đi qua sẽ thu hoạch hết mức có thể.



Trước khi thu hoạch, người nuôi cần đăng ký vùng thu hoạch với cơ quan quản lý thủy hải sản, nếu vùng thu hoạch không vi phạm giới hạn đỏ thì hệ thống sẽ tự động cấp phép và người nuôi tiến hành thu hoạch theo qui định.

Đôi khi, cơ quan quản lý tiến hành khảo sát và cập nhật lại giới hạn đỏ.

Với mỗi yêu cầu của người nuôi, hãy cho biết số ngẫu nhiên sẽ thu được của lần thu hoạch tương ứng.

**Dữ liệu:** Vào từ thiết bị nhập chuẩn gồm

- Dòng thứ nhất ghi 2 số nguyên dương **n, m** ( $n, m \leq 10^3$ )
- **n** dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi **m** số nguyên không âm có giá trị không vượt quá  $10^6$  thể hiện trữ lượng ngẫu nhiên của mỗi lô trong vùng
- Dòng kế tiếp ghi 2 số nguyên dương **t** và **redline** ( $t \leq 10^3$ ,  $redline \leq 10^6$ )
- **t** dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm:
  - Số thứ nhất ghi giá trị 1 hoặc 2: 1 là yêu cầu của người nuôi gửi hệ thống, 2 là tác vụ cập nhật của cơ quan quản lý thủy hải sản
  - Trường hợp 1 (yêu cầu của người nuôi), 5 số tiếp theo ghi trọng tải **C** của xe, các tọa độ **col<sub>1</sub>**, **row<sub>1</sub>**, **col<sub>2</sub>**, **row<sub>2</sub>** của vùng cần thu hoạch ( $C \leq 10^4$ ,  $1 \leq col_1 \leq col_2 \leq m$ ,  $1 \leq row_1 \leq row_2 \leq n$ )
  - Trường hợp 2 (cập nhật của cơ quan quản lý), số tiếp theo ghi giới hạn đỏ **redline** mới.

**Kết quả:** Đưa ra thiết bị xuất chuẩn các số nguyên – số ngẫu nhiên thu hoạch được của các yêu cầu loại 1, mỗi kết quả ghi trên 1 dòng.

**Ví dụ:**

INPUT		OUTPUT	
3	4	1	
1	2 3 1	3	
2	3 1 2		
3	1 2 3		
3	2		
1	10 1 2 2 2		
2	1		
1	10 1 2 4 2		

**Hạn chế:** 40% test có  $n, m \leq 400$  – 40 điểm.

#### Bài 4. ĐƯỜNG KÍNH (100 điểm)

Xét cây  $n$  đỉnh, các đỉnh đánh số từ 1 đến  $n$ .

Mã Prüfer là ánh xạ đơn trị hai chiều một cây thành dãy  $n-2$  số nguyên, mỗi số trong đoạn  $[1, n]$ .

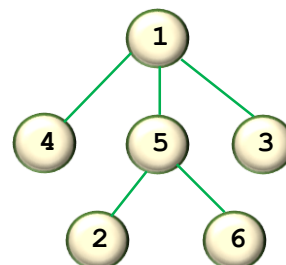
Việc xác định mã Prüfer bao gồm  $n-2$  bước, ở mỗi bước: chọn lá có số nhỏ nhất, bổ sung nút cha của lá đó vào mã cần tìm và xóa nút lá đã chọn khỏi cây. Khi cây chỉ còn 2 nút – giải thuật kết thúc. Bản thân 2 nút này không được ghi nhận (một cách tương minh) vào mã cần tìm.

Ví dụ, cây ở hình bên có mã Prüfer là (5, 1, 1, 5).

Đường kính của cây là đường đi dài nhất (tính theo số cạnh) nối 2 nút bất kỳ của cây.

Cho  $k$  và các số nguyên  $p_1, p_2, \dots, p_k$  xác định mã Prüfer của một cây.

Hãy xác định đường kính của cây.



**Dữ liệu:** Vào từ thiết bị nhập chuẩn:

- ✚ Dòng đầu tiên chứa số nguyên  $k$  ( $1 \leq k \leq 10^6$ ),
- ✚ Dòng thứ 2 chứa  $k$  số nguyên  $p_1, p_2, \dots, p_k$  ( $1 \leq p_i \leq k+1, i = 1 \div k$ ).

**Kết quả:** Đưa ra thiết bị xuất chuẩn một số nguyên – đường kính tìm được.

**Ví dụ:**

INPUT
4
5 1 1 5

OUTPUT
3

**Hạn chế:** 20% test có  $n \leq 100 - 20$  điểm; 20%:  $n \leq 10^4 - 20$  điểm; 40%:  $n \leq 2 * 10^5 - 40$  điểm.

\_\_\_\_\_ **Hết** \_\_\_\_\_